TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

(0999DJA161103240001)

Test Pattern

ALLEN CAREER INSTITUTE KOTA (RAJASTHAN) path to success

DISTANCE LEARNING PROGRAMME

(Academic Session : 2024 - 2025)

JEE(Advanced)
TEST # 01
07-07-2024

JEE(Main + Advanced) : LEADER TEST SERIES / JOINT PACKAGE COURSE

12th Undergoing/Pass Students

Test Type : Unit Test # 01

Time : 3 Hours **Maximum Marks : 240**

READ THE INSTRUCTIONS CAREFULLY / कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें

GENERAL / सामान्य :

1. This sealed booklet is your Question Paper. Do not break the seal till you are told to do so.
   यह मोहरबन्ध पुस्तिका आपका प्रश्नपत्र है। इसकी मुहर तब तक न तोड़ें जब तक इसका निर्देश न दिया जाये।
2. Use the Optical Response Sheet (ORS) provided separately for answering the questions.
   प्रश्नों का उत्तर देने के लिए अलग से दी गयी ऑप्टिकल रिस्पांस शीट (ओ. आर. एस.) (ORS) का उपयोग करें।
3. Blank spaces are provided within this booklet for rough work.
   कच्चे कार्य के लिए इस पुस्तिका में खाली स्थान दिये गये हैं।
4. Write your name, form number and sign in the space provided on the back cover of this booklet.
   इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर दिए गए स्थान में अपना नाम व फॉर्म नम्बर लिखिए एवं हस्ताक्षर बनाइये।
5. After breaking the seal of the booklet, verify that the booklet contains **51** pages and that all the **20** questions in each subject and along with the options are legible. If not, contact the invigilator for replacement of the booklet.
   इस पुस्तिका की मुहर तोड़ने के बाद कृपया जाँच लें कि इसमें **51** पृष्ठ हैं और प्रत्येक विषय के सभी **20** प्रश्न और उनके उत्तर विकल्प ठीक से पढ़े जा सकते हैं। यदि नहीं, तो प्रश्नपत्र को बदलने के लिए निरीक्षक से सम्पर्क करें।
6. You are allowed to take away the Question Paper at the end of the examination.
   परीक्षार्थी प्रश्नपत्र को परीक्षा की समाप्ती पर ले जा सकते हैं।

OPTICAL RESPONSE SHEET / ऑप्टिकल रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस.) :

7. The ORS will be collected by the invigilator at the end of the examination.
   ओ. आर. एस. को परीक्षा के समापन पर निरीक्षक के द्वारा एकत्र कर लिया जाएगा।
8. Do not tamper with or mutilate the ORS. **Do not use the ORS for rough work.**
   ओ. आर. एस. में हेर–फेर/विकृति न करें। **ओ.आर.एस. का कच्चे काम के लिए प्रयोग न करें।**
9. Write your name, form number and sign with pen in the space provided for this purpose on the ORS. **Do not write any of these details anywhere else on the ORS.** Darken the appropriate bubble under each digit of your form number.
   अपना नाम और फॉर्म नम्बर ओ.आर.एस. में दिए गए खानों में कलम से लिखें और अपने हस्ताक्षर करें। इनमें से कोई भी विवरण **ओ.आर.एस. में कहीं और न लिखें।** फॉर्म नम्बर के हर अंक के नीचे अनुरूप बुलबुले को काला करें।

DARKENING THE BUBBLES ON THE ORS / ओ.आर.एस. पर बुलबुलों को काला करने की विधि :

10. Use a **BLACK BALL POINT PEN** to darken the bubbles on the ORS.
    ओ.आर.एस. के बुलबुलों को **काले बॉल पॉइन्ट कलम** से काला करें।
11. Darken the bubble ◯ **COMPLETELY.** / बुलबुले ◯ को **पूर्ण रूप से** काला करें।
12. The correct way of darkening a bubble is as : ● / बुलबुले को **काला** करने का उपयुक्त तरीका है : ●
13. The ORS is machine-gradable. Ensure that the bubbles are darkened in the correct way.
    ओ.आर.एस. मशीन जाँच्य है। सुनिश्चित करें की बुलबुले सही विधि से काले किए गये हैं।
14. Darken the bubbles **ONLY IF** you are sure of the answer. There is **NO WAY** to erase or "un-darken" a darkened bubble.
    बुलबुले को तभी काला करें जब आप उत्तर के बारे में निश्चित हों। काले किए हुए बुलबुले को मिटाने अथवा साफ करने का कोई तरीका नहीं है।
15. Take **g =10 m/s²** unless otherwise stated. / **g =10 m/s²** प्रयुक्त करें, जब तक कि अन्य कोई मान नहीं दिया गया हो।

QUESTION PAPER FORMAT / प्रश्नपत्र का प्रारूप :

16. The question paper has three parts : Physics, Chemistry and Mathematics.
    इस प्रश्नपत्र में तीन भाग हैं : भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान एवं गणित।

Note : No questions have been asked in the section II of this paper. Please leave section II blank on the OMR answer sheet.

DO NOT BREAK THE SEALS WITHOUT BEING INSTRUCTED TO DO SO BY THE INVIGILATOR / निरीक्षक के अनुदेशों के बिना मुहरें न तोड़ें

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

BEWARE OF NEGATIVE MARKING

PART-1 : PHYSICS
भाग-1 : भौतिक विज्ञान
SECTION-I (i) : (Maximum Marks: 12)
खण्ड-I (i) : (अधिकतम अंक: 12)

- This section contains **FOUR (04)** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is the correct answer.
- For each question, choose the option corresponding to the correct answer.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :

Full Marks : +3 If ONLY the correct option is chosen.
Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered)
Negative Marks : –1 In all other cases

- इस खण्ड में **चार (04)** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं। जिनमें **केवल एक** ही सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए सही उत्तर विकल्प के अनुरूप विकल्प को चुनें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे:**

पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प को चुना गया है।
शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है
ऋण अंक : –1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

---

1. The approximate value of x where $x = \sin 1° \cos 1°$, is

$x = \sin 1° \cos 1°$ में x का सन्निकटन मान होगा :-

(A) $\frac{\pi}{90}$ (B) 2

(C) $\frac{\pi}{180}$ (D) $\frac{\pi}{45}$

Ans. C

Sol. $x = \frac{2\sin 1^o \cos 1^o}{2} = \frac{\sin 2^o}{2}$

$= \frac{2 \times \frac{\pi}{180}}{2} = \frac{\pi}{180}$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

2. If speed (V), acceleration (A) and force (F) are considered as fundamental units, the dimension of Young's modulus will be :-

यदि चाल (V), त्वरण (A) तथा बल (F) को मूल भौतिक इकाइयाँ मानें तो, यंग प्रत्यास्थता गुणांक की विमा होगी :-

(A) $V^{-2} A^2F^2$
(B) $V^{-4}A^2F$
(C) $V^{-4}A^{-2}F$
(D) $V^{-2}A^2F^{-2}$

Ans. B

Sol. $\frac{F}{A} = y.\frac{\Delta\ell}{\ell}$

$[Y] = \frac{F}{A}$

Now from dimension

$F = \frac{ML}{T^2}$

$L = \frac{F}{M}.T^2$

$L^2 = \frac{F^2}{M^2}\left(\frac{V}{A}\right)^4 \quad \therefore T = \frac{V}{A}$

$L^2 = \frac{F^2}{M^2A^2}\frac{v^4}{A^2} \qquad F = MA$

$L^2 = \frac{V^4}{A^2}$

$[Y] = \frac{[F]}{[A]} = F^1 V^{-4} A^2$

3. The resulant of two forces 3p and 2p is R. If the first force is doubled keeping same direction, then the resultant is also doubled. Find the angle between two forces.

दो बल 3p तथा 2p का परिणामी R है। यदि पहले बल की दिशा को समान रखते हुए परिमाण को दुगुना कर दिया जाये तब परिणामी भी दुगुना हो जाता है। दोनों बलों के मध्य कोण ज्ञात कीजिए।

(A) 60°
(B) 120°
(C) 150°
(D) 90°

Ans. B

Sol. $R^2 = 9p^2 + 4p^2 + 12p^2\cos\theta$ .....(i)

$4R^2 = 36p^2 + 4p^2 + 24p^2\cos\theta$ .....(ii)

from equation (i) and (ii) equating value of R^2

$13p^2 + 12p^2\cos\theta = 10p^2 + 6p^2\cos\theta$

$3p^2 = -6p^2\cos\theta$

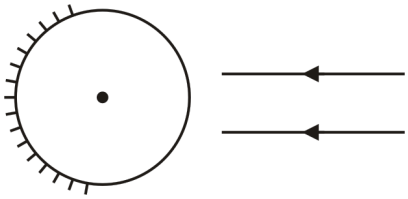
$\cos\theta = -\frac{1}{2}$

$\theta = 120°$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

4. A glass sphere of index 1.5 and radius 40 cm has half its hemispherical surface silvered. The point where a parallel beam of light, coming along a diameter, will focus (or appear to) after coming out of sphere, will be :-

(A) 10 cm to the left of centre
(B) 30 cm to the left of centre
(C) 50 cm to the left of centre
(D) 60 cm to the left of centre



1.5 अपवर्तनांक एवं 40 cm त्रिज्या के एक काँच के गोले की अर्द्धगोलाकार सतह रजतित है। वह बिन्दु, जहाँ व्यास के अनुदिश आने वाला प्रकाश का समानांतर पुंज गोले से बाहर आने के बाद केन्द्रित होगा (या दिखाई देगा) :-

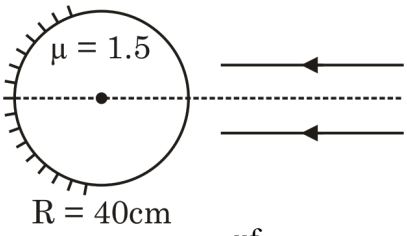
(A) केन्द्र के बांयी ओर 10 cm है।
(B) केन्द्र के बांयी ओर 30 cm है।
(C) केन्द्र के बांयी ओर 50 cm है।
(D) केन्द्र के बांयी ओर 60 cm है।

Ans. D

Sol. Refraction : $\frac{\mu_2}{v} - \frac{\mu_1}{u} = \frac{\mu_2 - \mu_1}{R}$

$(u \to \infty)$ $\frac{15}{v} - 0 = \frac{15-1}{40}$

$v = 120$ cm



Reflection : $v = \frac{uf}{u-f}$

$= \frac{(40)(-20)}{60} = -\frac{40}{3}$

Refraction : $u = 80 - \frac{40}{3}$

$u = \frac{200}{3}$ cm

$\frac{\mu_2}{v} - \frac{\mu_1}{u} = \frac{\mu_2 - \mu_1}{R}$

$\frac{1}{v} + \frac{(15)}{(800/3)} = \frac{1-15}{-40}$

$v = -100$ cm

Distance from center:

$= 100 - 40 = 60$ cm (left)

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

SECTION-I (ii) : (Maximum Marks: 16)

खण्ड-I (ii) : (अधिकतम अंक: 16)

- This section contains **FOUR (04)** questions.
- Each question has **FOUR** options. **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is (are) correct answer(s).
- For each question, choose the option(s) corresponding to (all) the correct answer(s)
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If only (all) the correct option(s) is (are) chosen.
Zero Marks : 0 In all other cases.

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए चार विकल्प दिए गए हैं। इस चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही है(हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु सही विकल्प (विकल्पों) को चुने।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :

पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

---

5. The position vector of a particle is given by $\vec{r} = 10\hat{i} + (20 - 5t)\hat{j}$ (m) where t is in seconds and $\vec{r}$ is in meters. Choose the correct statement(s) :-

(A) Velocity of particle is of magnitude 10 m/s.

(B) Velocity of particle is of magnitude 5 m/s.

(C) Direction of motion of particle is parallel to x-axis.

(D) Direction of motion of particle is perpendicular to x-axis.

एक कण का स्थिति सदिश $\vec{r} = 10\hat{i} + (20 - 5t)\hat{j}$ (m) है, जहाँ t सेकण्ड में तथा $\vec{r}$ मीटर में है। सही विकल्प/विकल्पों को चुनिऐ।

(A) कण के वेग का परिमाण 10 m/s है।

(B) कण के वेग का परिमाण 5 m/s है।

(C) कण की गति की दिशा x-अक्ष के समान्तर है।

(D) कण की गति की दिशा x-अक्ष के लम्बवत् है।

Ans. B, D

Sol. $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 0\hat{i} + 5\left(-\hat{j}\right)$

$|\vec{v}| = 5$ m/s

Velocity along $-y$ axis. So parallel to y axis or perpendicular to x axis.

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

6. A plano-convex lens is made of a material of refractive index n. When a small object is placed 30 cm away in front of the curved surface of the lens, an image of double the size of the object is produced. Due to reflection from the convex surface of the lens, another faint image is observed at a distance of 10 cm away from the lens. Which of the following statement(s) is(are) true?

(A) The refractive index of the lens is 2.5.

(B) The radius of curvature of the convex surface is 45 cm.

(C) The faint image is erect and real.

(D) The focal length of the lens is 20 cm.

एक समोत्तल लेंस के पदार्थ का अपवर्तनांक n है। जब एक छोटी वस्तु को लेंस के वक्रपृष्ठ के सामने 30 cm की दूरी पर रखते है तो उस वस्तु की दुगुनी साइज का प्रतिबिम्ब बनता है। उत्तल पृष्ठ से परावर्तन के कारण लेंस से 10 cm की दूरी पर एक धुंधला प्रतिबिम्ब भी बनता है। निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?

(A) लेंस का अपवर्तनांक 2.5 है।

(B) उत्तल पृष्ठ की वक्रता त्रिज्या 45 cm है।

(C) धुंधला प्रतिबिम्ब वास्तविक एवं सीधा है।

(D) लेंस की फोकस दूरी 20 cm है।

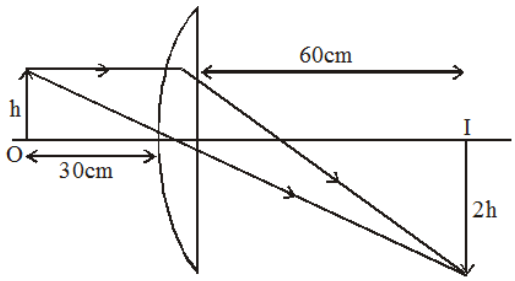
Ans. A, D

Sol. For lens

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{60} - \frac{1}{(-30)} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = 20\text{cm} \quad \text{... (i)}$$

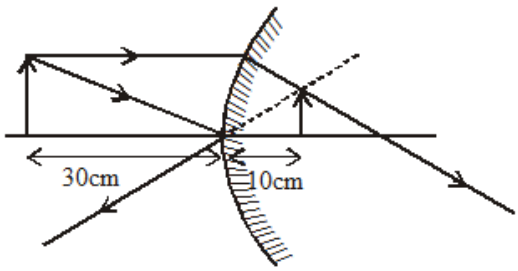
Also $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{(n-1)}{R}$ ... (ii)



For reflection from convex mirror (curved surface)

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{+10} + \frac{1}{-30} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R} \quad \text{... (iii)}$$



R= 30 cm

from (i), (ii) & (iii)

n = 2.5,

faint image erect & virtual

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

7. The distance of a real object from the pole of a concave mirror is equal to its radius of curvature. The image must be:

(A) real

(B) inverted

(C) same sized

(D) erect

एक वास्तविक बिम्ब की एक अवतल दर्पण के ध्रुव से दूरी इसकी वक्रता त्रिज्या के बराबर है, तो इसका प्रतिबिम्ब होना चाहिए :-

(A) वास्तविक

(B) उल्टा

(C) समान आकार का

(D) सीधा

Ans. A, B, C

Sol. Given, object is placed at a distance from the pole of a coneave mirror which is equal to the radius of carvature of the mirror.

$u = -R = -2f$

we know, focal length of a concave mirror is negative,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f} + \frac{1}{u}$$

we get $\frac{1}{-f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{2f}$

or $\frac{1}{v} = \frac{1}{-2f} = -\frac{1}{R}$

$v = -R$

So the image is real, and so inverted and also same sized (as u = v)

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

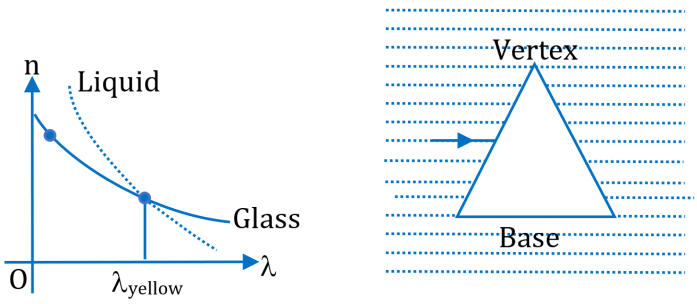
8. A glass prism is immersed in a hypothetical liquid. The curves showing the refractive index n as a function of wavelength λ for glass and liquid are as shown in the figure. When a ray of white light is incident on the prism parallel to the base :-

(A) yellow ray travels without deviation.

(B) blue ray is deviated towards the vertex.

(C) red ray is deviated towards the base.

(D) there is no dispersion.



एक काँच के प्रिज्म को काल्पनिक द्रव में डुबोया गया है। चित्र में काँच और द्रव के लिए अपवर्तनांक n का तरंगदैर्ध्य λ के फलन के साथ परिवर्तन दर्शाया गया है। यदि प्रिज्म पर आधार के समान्तर श्वेत प्रकाश की किरण आपतित है, तो :-

(A) पीली किरण बिना किसी विचलन के जायेगी।

(B) नीली किरण शीर्ष की तरफ झुक जायेगी।

(C) लाल किरण आधार की तरफ झुक जायेगी।

(D) कोई भी विक्षेपण नहीं होगा।

Ans. A, B, C

Sol. **For yellow :** $(\mu_g)_y = (\mu_{liq})_y$ = No deviation

For red : $\lambda_R > \lambda_{yellow}$ $(\mu_g)_R > (\mu_{liq})_R \Rightarrow$ Towards base

For blue : $\lambda_b < \lambda_{yellow}$ $(\mu_g)_B < (\mu_{liq})_B \Rightarrow$ Towards vertex

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

SECTION-I (iii) : (Maximum Marks: 12)

खण्ड-I (iii) : (अधिकतम अंक: 12)

- This section contains **FOUR (04)** questions.
- This section contains **TWO** paragraphs.
- Based on each paragraph, there are **TWO** questions
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is correct
- For each question, choose the option corresponding to the correct answer.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks	:	+3	If ONLY the correct option is chosen.
Zero Marks	:	0	If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered).
Negative Marks	:	–1	In all other cases.

- इस खण्ड में **चार (04)** प्रश्न हैं
- इस खण्ड में **दो** अनुच्छेद हैं
- प्रत्येक अनुच्छेद पर **दो** प्रश्न दिए गयें हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें केवल **एक** सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए सही उत्तर विकल्प के अनुरूप विकल्प को चुनें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे** :

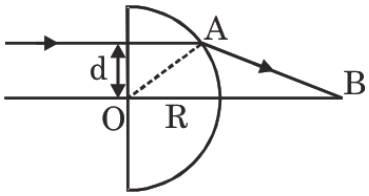
पूर्ण अंक	:	+3	यदि सिर्फ सही विकल्प को चुना गया है।
शून्य अंक	:	0	यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है
ऋण अंक	:	–1	अन्य सभी परिस्थितियों में।

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

Paragraph for Questions 9 and 10
प्रश्न 9 एवं 10 के लिये अनुच्छेद

A semi cylinder made of a transparent plastic has a refraction index of $\mu = \sqrt{2}$ and a radius of R. There is a narrow incident light ray perpendicular to the flat side of the semi cylinder at d distance from the axis of symmetry.

पारदर्शी प्लास्टिक से बने एक अर्ध बेलन का अपवर्तनांक $\mu = \sqrt{2}$ तथा त्रिज्या R है। यहां एक संकरी प्रकाश किरण इसकी सममित अक्ष से d दूरी पर अर्ध बेलन की समतल सतह के लम्बवत् आपतित होती है।



9. What can the maximum value of d be so that the light ray can still leave the other side of the semi cylinder ?

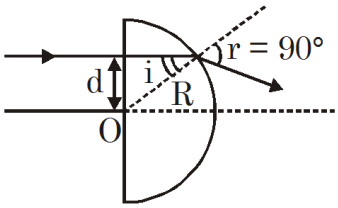
(A) $d = \frac{R}{\sqrt{2}}$ (B) $d = \frac{R}{2\sqrt{2}}$ (C) $d = \frac{R}{2}$ (D) None of these

d का अधिकतम मान क्या हो सकता है ताकि प्रकाश किरण अर्ध बेलन की दूसरी तरफ से बाहर निकल सके?

(A) $d = \frac{R}{\sqrt{2}}$ (B) $d = \frac{R}{2\sqrt{2}}$ (C) $d = \frac{R}{2}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A

Sol.



As d increases, 'i' increases,

For d to be maximum, 'i' should be maximum i.e., equal to critical angle

$\Rightarrow < r = 90°$

$\Rightarrow \mu \sin i = 1 \sin 90°$

$\sqrt{2} \sin i = 1$

$\sin i = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow i = 45°$

$\sin i = \frac{d}{R}$

$\Rightarrow d_{max} = \frac{R}{\sqrt{2}}$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

10. When the value of d chosen is such that TIR just takes place then time for which light remains inside the cylinder is :- (c = speed of light in vacuum)

जब d का मान इस प्रकार से चुना जाता है कि ठीक पूर्ण आंतरिक परावर्तन होता है तो प्रकाश किरण कितने समय तक बेलन के अन्दर रहती है? (c = निर्वात में प्रकाश की चाल)

(A) $\frac{4R}{c}$

(B) $\frac{4\sqrt{2}R}{c}$

(C) $\frac{2\sqrt{2}R}{c}$

(D) $\frac{2R}{c}$

Ans. A

Sol. For TIR

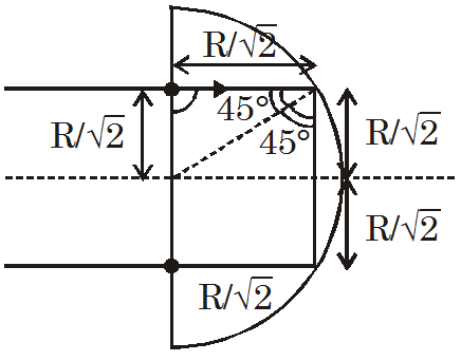
$$d > \frac{R}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow d_{min} = \frac{R}{\sqrt{2}} \text{ (just)}$$

$$\mu = \frac{C}{V} = \sqrt{2} \Rightarrow V = \frac{C}{\sqrt{2}}$$

$$\text{time} = \frac{\text{distance}}{\text{speed}} = \frac{4.\left(\frac{R}{\sqrt{2}}\right)}{\left(\frac{C}{\sqrt{2}}\right)}$$

$$t = \frac{4R}{C}$$



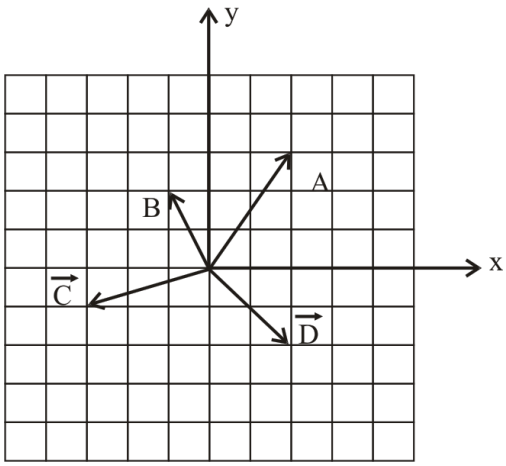
TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

Paragraph for Questions 11 and 12

प्रश्न 11 एवं 12 के लिये अनुच्छेद

Four vectors are as shown in the Cartesian coordinate system. All the vectors are drawn on scale.

कार्तिय निर्देशांक निकाय में चार सदिश दर्शाये गये हैं। सभी सदिश पैमाने पर बनाये गये हैं।



11. The direction of $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}$ will be :-

$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}$ की दिशा होगी :-

(A) $\rightarrow$ (B) $\uparrow$

(C) $\leftarrow$ (D) $\downarrow$

Ans. B

Sol. $\vec{A}=2\hat{i}+3\hat{j}$ $\vec{B}=-\hat{i}+2\hat{j}$

$\vec{C}=-3\hat{i}-\hat{j}$ $\vec{D}=+2\hat{i}-2\hat{j}$

$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}=2\hat{j}\uparrow$

12. Which of following can form closed triangle?

निम्न में से कौनसे सदिश एक बंद त्रिभुज का निर्माण कर सकते है?

(A) $\vec{A},\vec{C},\vec{D}$ (B) $\vec{A},\vec{B},\vec{C}$

(C) $\vec{A},\vec{B},\vec{D}$ (D) $\vec{B},\vec{C},\vec{D}$

Ans. B

Sol. $\vec{A}+\vec{C}-\vec{B}=\vec{0}$

Note : No questions have been asked in the section II of this paper. Please leave section II blank on the OMR answer sheet.

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

SECTION-III : (Maximum Marks: 24)

खण्ड-III : (अधिकतम अंक: 24)

- This section contains **SIX (06)** questions.
- The answer to each question is a **SINGLE DIGIT INTEGER** ranging from 0 to 9, both inclusive.
- For each question, enter the correct integer value of the answer using the mouse and the on-screen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

Full Marks : +4 If only the correct answer is given.
Zero Marks : 0 In all other cases

- इस खण्ड में **छः (06)** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का **एक एकल अंकीय पूर्णांक** है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही पूर्णांक मान को माउज (mouse) और ऑन स्क्रीन (on-screen) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (virtual numeric keypad) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे :

पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सही विकल्प को ही चुना गया है।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

---

1. In a given system of units, 1 unit of mass = 2kg, 1 unit of length = 5m and 1 unit of time = 5sec. Then in this system, 2 Newton is equal to X units of force. Then X is :-

इकाइयों की एक पद्धति में द्रव्यमान की एक इकाई = 2kg, लम्बाई की एक इकाई = 5m तथा समय की एक इकाई = 5 सेकण्ड है। इस पद्धति में 2 N बल X इकाई बल के तुल्य है तो X का मान ज्ञात कीजिये।

Ans. 5

Sol. $2N = 2(kg\ m\ s^{-2})$

$$= 2\left(\left(\frac{M}{2}\right)\left(\frac{L}{5}\right)\left(\frac{T}{5}\right)^{-2}\right)$$

$= 5MLT^{-2} = 5$ Force

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

2. In a new system of units, the unit of mass is 100 g, unit of length is 4m and unit of time is 2 sec. If the numerical value of 10 J in this system is N. Fill the value of $\left(\frac{N}{5}\right)$.

मात्रकों की नयी पद्धति में द्रव्यमान का मात्रक 100 g है, लम्बाई का मात्रक 4m तथा समय का मात्रक 2 sec. है। यदि इस पद्धति में 10 J का संख्यात्मक मान N है तो $\left(\frac{N}{5}\right)$ का मान ज्ञात कीजिये।

Ans. 5

Sol. $[\text{Energy}] = ML^2T^{-2}$

In new system

$$1 \text{ unit of energy} = \frac{(1 \text{ unit mass})(1 \text{ unit length})^2}{(1 \text{ unit time})^2}$$

$$= \frac{\left(\frac{100}{1000}\text{kg}\right)(4\text{m})^2}{(2 \text{ sec})^2} = \frac{4}{10}\frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2} = \frac{4}{10}\text{J}$$

Now $\frac{4}{10}\text{J} = 1$ unit of energy in new system

$1\text{J} = \frac{10}{4}$ unit

$10 \text{ J} = \frac{100}{4}$ unit = 25 unit

3. If D is mid-point of side BC of a ΔABC then $\vec{AB} + \vec{AC} = K\vec{AD}$ then K is :-

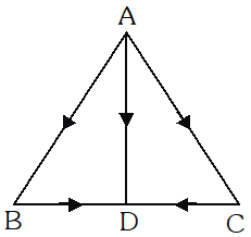
यदि D एक ΔABC की भुजा BC का मध्य बिन्दु है तथा $\vec{AB} + \vec{AC} = K\vec{AD}$ है तो K का मान ज्ञात कीजिये।

Ans. 2

Sol. $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$ ....(1)

$\vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD}$ ....(2)

Δ law



Equation (1) + (2);

$\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{BD} + \vec{CD} = 2\vec{AD}$

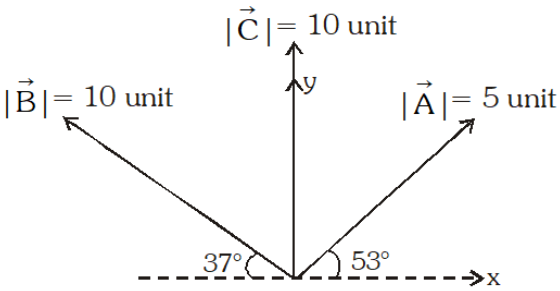
$\Rightarrow \vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AD}$

[$\vec{BD} + \vec{CD} = 0$; $\because$ $\vec{BD}$ is equal & opposite to $\vec{CD}$]

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

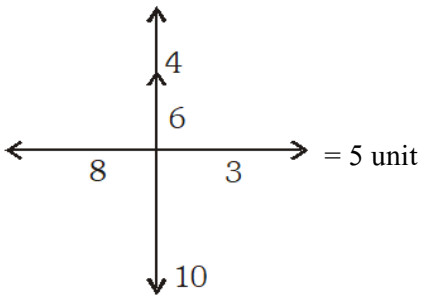
4. Vector $\vec{A}$, $\vec{B}$ and $\vec{C}$ are shown in figure, find magnitude of $\vec{A}+\vec{B}-\vec{C}$.

$\vec{A}$, $\vec{B}$ एवं $\vec{C}$ सदिश चित्र में दर्शाये गये हैं, $\vec{A}+\vec{B}-\vec{C}$ का परिमाण ज्ञात करो।



Ans. 5

Sol.



$\vec{a} = 5\cos 53^\circ + 5\sin 53^\circ$

$\vec{b} = -10\cos 37^\circ + 10\sin 37^\circ$

$\vec{c} = 10\hat{j}$

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c} = -5\hat{i}$

$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}| = 5$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

5. If $y = \sqrt{2x+5}$ then $\frac{dy}{dx}$ at $x = 1$ is $\frac{1}{\sqrt{K}}$. Find K.

यदि $y = \sqrt{2x+5}$ है तब $x = 1$ पर $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{K}}$ है। K ज्ञात कीजिए।

Ans. 7

Sol. $\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2x+5}} \times 2 = \frac{1}{\sqrt{2x+5}}$

at $x = 1$

$\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{1}{\sqrt{7}}$

6. A Galilean telescope is 27 cm long when focused to form an image at infinity. If the objective has a focal length of 30 cm, what is the focal length (in cm) of the eyepiece?

एक गैलिलियन दूरदर्शी की लम्बाई 27 सेमी है, जब इसे अनन्त पर प्रतिबिम्ब बनाने के लिए व्यवस्थित किया गया है। यदि अभिदृश्यक लैंस की फोकस दूरी 30 सेमी है तब नेत्रिका की फोकस दूरी (cm में) क्या है?

Ans. 3

Sol. $f_0 = 30$ cm

$L = 27$ cm

$L = f_0 - |f_e|$

a Galilean telescope, the eyepiece lens is concave

Thus, we have

$f_e = f_0 - L = 30 - 27 = 3$ cm

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

SECTION-IV : (Maximum Marks: 16)

खण्ड-IV : (अधिकतम अंक: 16)

- This section contains **TWO (02)** questions.
- Each question contains two columns, **Column-I** and **Column-II**.
- **Column-I** has **four** entries (A), (B), (C) and (D)
- **Column-II** has **five** entries (P), (Q), (R), (S) and (T)
- Match the entries in **Column-I** with the entries in **Column-II**.
- One or more entries in **Column-I** may match with one or more entries in **Column-II**.
- For each entry in **Column-I**, darken the options of all the matching entries. For example, if entry (A) in **Column-I** matches with entries (Q), (R) and (T), then chosen these three options. Similarly, for entries (B), (C) and (D).
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

For each entry in **Column-I**

Full Marks : +2 If only the option(s) corresponding to all the correct match(es) is (are) chosen

Zero Marks : 0 In all other cases

- इस खण्ड में **दो (02)** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में **दो** कॉलम हैं, **कॉलम-I** तथा **कॉलम-II**
- **कॉलम-I** में **चार** प्रविष्टयाँ (A), (B), (C) तथा (D) हैं
- **कॉलम-II** में **पाँच** प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R), (S) तथा (T) हैं
- **कॉलम-I** की प्रविष्टियों का **कॉलम-II** की प्रविष्टियों से सुमेलित करें
- **कॉलम-I** की एक या एक से अधिक प्रविष्टियाँ, **कॉलम-II** की एक या एक से अधिक प्रविष्टियों से सुमेलित हो सकती हैं
- **कॉलम-I** की प्रत्येक प्रविष्टि के लिए सभी सुमेलित प्रविष्टियों के विकल्पों को चुनें। उदाहरण स्वरूप, यदि **कॉलम-I** की प्रविष्टि (A) प्रविष्टियों (Q), (R) तथा (T) से सुमेलित हो, तो इन तीनों विकल्पों को चुनें। इसी प्रकार प्रविष्टियों (B), (C) तथा (D) के लिये भी करें
- अंकन योजना :

कॉलम-I की प्रत्येक प्रविष्टि के लिए

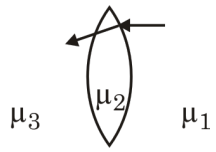
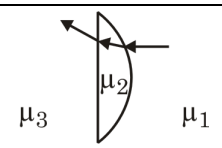
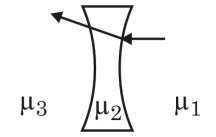
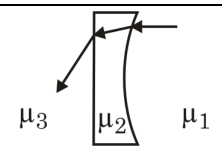
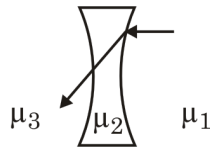
पूर्ण अंक : +2 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।

शून्य अंक : 0 अन्य सभी अवस्थाओं में

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

1. Two transparent media of refractive indices μ_1 and μ_3 have a solid lens shaped transparent material of refractive index μ_2 between them as shown in figures in Column II. A ray traversing these media is also shown in the figures. In Column I different relationships between μ_1, μ_2 and μ_3 are given. Match them to the ray diagrams shown in Column II.

कॉलम-II में दिये गये चित्रों में दर्शाये अनुसार μ_2 अपवर्तनांक वाले पदार्थ से बना पारदर्शी ठोस लेंस, μ_1 व μ_3 अपवर्तनांक वाले दो पारदर्शी माध्यमों के मध्य रखा हुआ है। इन माध्यमों से गुजरने वाली एक किरण भी चित्रों में दर्शाई गई है। **कॉलम-I** में μ_1, μ_2 तथा μ_3 के मध्य विभिन्न संबंध दर्शाये गये हैं। इन्हें **कॉलम-II** में दिये गये किरण चित्रों से सुमेलित कीजिए।

Column-I / कॉलम-I		Column-II / कॉलम-II	
(A)	$\mu_1 < \mu_2$	(P)	
(B)	$\mu_1 > \mu_2$	(Q)	
(C)	$\mu_2 = \mu_3$	(R)	
(D)	$\mu_2 > \mu_3$	(S)	
		(T)	

Ans. A $\longrightarrow$ P,R, B $\longrightarrow$ Q,S,T, C $\longrightarrow$ P,R,T, D $\longrightarrow$ Q,S

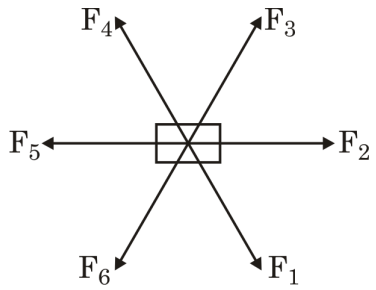
Sol. (P) Right Surface ray bends towards normal $\mu_2 > \mu_1$
left surface undeviated $\mu_2 = \mu_3$
(Q) Right Surface away from normal $\mu_1 > \mu_2$
left surface away from normal $\mu_2 > \mu_3$
(R) Right Surface towards normal $\mu_2 > \mu_1$
left surface undeviated $\mu_2 = \mu_3$
(S) Right Surface away from normal $\mu_1 > \mu_2$
left surface away from normal $\mu_2 > \mu_3$
(T) Right Surface away from normal $\mu_1 > \mu_2$
left surface undeviated $\mu_2 = \mu_3$

(A) $\mu_1 < \mu_2 \longrightarrow$ P, R
(B) $\mu_1 > \mu_2 \longrightarrow$ Q, S,T
(C) $\mu_2 = \mu_3 \longrightarrow$ P, R,T
(D) $\mu_2 > \mu_3 \longrightarrow$ Q, S

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

2. Six forces of equal magnitude F act on a particle such that particle remains in equilibrium ($F_{net} = 0$). Angle between all adjacent pair of forces is 60° :-

Column–I		Column–II	
(A)	Magnitude is equal to $\sqrt{3}$ F	(P)	$\vec{F}_1 + \vec{F}_3$
(B)	Magnitude is equal to 2F	(Q)	$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$
(C)	Magnitude is greater then $\sqrt{3}$ F	(R)	$\vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5$
(D)	Magnitude is less then $\sqrt{3}$ F	(S)	$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_6$
		(T)	$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 + \vec{F}_6$



एक कण पर समान परिमाण F के छः बल इस प्रकार कार्यरत हैं कि कण साम्यावस्था में बना रहता है अर्थात् ($F_{net} = 0$) होता है। बलों के सभी निकटवर्ती युग्मों के मध्य कोण 60° है।

कॉलम–I		कॉलम–II	
(A)	परिमाण $\sqrt{3}$ F के बराबर है।	(P)	$\vec{F}_1 + \vec{F}_3$
(B)	परिमाण 2F के बराबर है।	(Q)	$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$
(C)	परिमाण $\sqrt{3}$ F से अधिक है।	(R)	$\vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5$
(D)	परिमाण $\sqrt{3}$ F से कम है।	(S)	$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_6$
		(T)	$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 + \vec{F}_6$

Ans. A ⟶ Q,S, B ⟶ R, C ⟶ R, D ⟶ P,T

Sol. $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = F$

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \sqrt{3}F$

$\vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 = 2F$

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_6 = \sqrt{3}F$

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 + \vec{F}_6 = \text{zero}$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

PART-2 : CHEMISTRY
भाग-2 : रसायन विज्ञान
SECTION-I (i) : (Maximum Marks: 12)
खण्ड-I (i) : (अधिकतम अंक: 12)

- This section contains **FOUR (04)** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is the correct answer.
- For each question, choose the option corresponding to the correct answer.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :
- *Full Marks* : +3 If ONLY the correct option is chosen.
  Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered)
  Negative Marks : –1 In all other cases

- इस खण्ड में **चार (04)** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं। जिनमें **केवल एक** ही सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए सही उत्तर विकल्प के अनुरूप विकल्प को चुनें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे:**
- *पूर्ण अंक* : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प को चुना गया है।
  शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है
  ऋण अंक : –1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

---

1. Hydrogen cyanide, HCN, can be made by a two-step process. First, ammonia is reacted with O_2 to give nitric oxide, NO.

$4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g)$

Then nitric oxide is reacted with methane, CH_4.

$2NO(g) + 2CH_4(g) \rightarrow 2HCN(g) + 2H_2O(g) + H_2(g)$

When 25.5 g of ammonia and 32.0 g of methane are used, how many grams of hydrogen cyanide can be produced?

हाइड्रोजन सायनाइड, HCN को दो पदीप प्रक्रमो द्वारा बनाया जा सकता है। पहले अमोनिया O_2 के साथ क्रिया करके नाइट्रिक ऑक्साइड NO देती है।

$4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g)$

फिर नाइट्रिक ऑक्साइड मेथेन CH_4 के साथ क्रिया करती है।

$2NO(g) + 2CH_4(g) \rightarrow 2HCN(g) + 2H_2O(g) + H_2(g)$

जब 25.5 g अमोनिया तथा 32.0 g मेथेन का प्रयोग किया जाता है, तो कितने ग्राम हाइड्रोजन सायनाइड उत्पादित किया जा सकता है ?

(A) 1.5 (B) 2.0 (C) 40.5 (D) 54.0

Ans. C

Sol. $4NH_3 + 5O_2 \rightarrow 4NO + 6H_2O$

$\frac{25.5}{17} = 1.5$ mole 1.5 mole

$2NO + 2CH_4 \rightarrow 2\ HCN + 2H_2O$

1.5 mole 2 mole 1.5 mole

L.R. = 1.5 × 27 = 40.5 g

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

2. The solid A^+B^- crystallize in rock-salt structure. If $\left(\frac{r_{A^+}}{r_{B^-}}\right) = (\sqrt{2}-1)$, the only **INCORRECT** information is -

$\left[\text{Take : } (\sqrt{2}-1)^3 = 0.07, \frac{\pi}{\sqrt{2}} = 2.22\right]$

(A) Anions are in contact with each other

(B) Cations are in contact with each other

(C) Edge length of unit cell, $a = 2\sqrt{2} \times r_{B^-}$

(D) The packing fraction is nearly 0.79

एक ठोस A^+B^- रॉक साल्ट संरचना मे क्रिस्टलीकृत होता है। यदि $\left(\frac{r_{A^+}}{r_{B^-}}\right) = (\sqrt{2}-1)$ तो **गलत** सूचना हैं -

$\left[\text{Take : } (\sqrt{2}-1)^3 = 0.07, \frac{\pi}{\sqrt{2}} = 2.22\right]$

(A) ऋणायन एक दूसरे के साथ सम्पर्क में है।

(B) धनायन एक दुसरे के साथ सम्पर्क में है।

(C) इकाई सैल की किनारा लम्बाई $a = 2\sqrt{2} \times r_{B^-}$ हैं।

(D) संकुलन प्रभाज लगभग 0.79 है।

Ans. B

Sol. If the given radius ratio $\left(\frac{r_{A^+}}{r_{B^-}}\right) = (\sqrt{2}-1)$,

this implies that cations are present in octahedral voids made by anions. B^- forms fcc lattice and A^+ are present in their octahedral voids.

Now we can say

- Anions are in contact with each other
- Cations are NOT in contact with each other.
- By face diagonal we can say.

$\sqrt{2}\, a = 4r_{B^-}$

$\Rightarrow a = 2\sqrt{2}\, r_{B^-}$

Total volume occupied by all ions

$= 4\left[\frac{4}{3}\pi r_{A^+}^3 + \frac{4}{3}\pi r_{B^+}^3\right]$

$= \frac{6}{3}\pi\left(r_{A^+}^3 + r_{B^-}^3\right) = \frac{16\pi}{3}[5\sqrt{2}-6]$

Packing fraction $= \dfrac{\frac{16\pi}{3}(5\sqrt{2}-6)r_{B^-}^3}{16\sqrt{2}\, r_{B^-}^3}$

$= \frac{\pi}{3\sqrt{2}}(5\sqrt{2}-6) = 0.79$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

3. Consider a binary solution of volatile liquids A & B. If at $X_A = 0.4$ the vapour pressure of solution is observed to be 580 torr then the mixture could be prepared by mixing ($p_A^o = 300$ torr, $p_B^o = 800$ torr) :

(A) $CHCl_3 + CH_3COCH_3$

(B) $C_6H_5Cl + C_6H_5Br$

(C) $C_6H_6 + C_6H_5CH_3$

(D) H_2O + Ethanol

वाष्पशील द्रवो A तथा B के द्विअंगी विलयन पर विचार कीजिये। यदि $X_A = 0.4$ पर विलयन का वाष्प दाब 580 torr प्रेक्षित होता है। किसको मिलाकर मिश्रण तैयार किया जा सकता हैं ($p_A^o = 300$ torr, $p_B^o = 800$ torr) :

(A) $CHCl_3 + CH_3COCH_3$

(B) $C_6H_5Cl + C_6H_5Br$

(C) $C_6H_6 + C_6H_5CH_3$

(D) H_2O + ऐथेनॉल

Ans. A

4. Which of the following aqueous solutions has the highest freezing point assuming solution is very dilute ?

निम्न में से कौनसे जलीय विलयन का हिमांक सर्वाधिक हैं ? माने की विलयन बहुत तनु है।

(A) 0.1 M KNO_3

(B) 0.2 M Na_3PO_4

(C) 0.25 M $FeCl_3$

(D) 0.01 M Na_2SO_4

Ans. D

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

SECTION-I (ii) : (Maximum Marks: 16)

खण्ड-I (ii) : (अधिकतम अंक: 16)

- This section contains **FOUR (04)** questions.
- Each question has **FOUR** options. **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is (are) correct answer(s).
- For each question, choose the option(s) corresponding to (all) the correct answer(s)
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If only (all) the correct option(s) is (are) chosen.
Zero Marks : 0 In all other cases.

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए चार विकल्प दिए गए हैं। इस चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही है(हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु सही विकल्प (विकल्पों) को चुने।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :

पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

---

5. If a definite volume of '20 volumes' H_2O_2 solution is diluted such that the volume of diluted solution becomes double than that of original volume, then

(A) The volume strength of diluted solution becomes '40 volumes'

(B) The molarity of solution becomes half of its initial molarity

(C) The molality of solution becomes half of its initial molality

(D) The maximum amount of O_2 gas obtainable from the solution remains the same

'20 आयतन' H_2O_2 विलयन के निश्चित आयतन को इस प्रकार तनु किया गया है कि तनुकृत विलयन का आयतन इसके मूल आयतन की तुलना मे दोगुना हो जाता है, तो

(A) तनुकृत विलयन की आयतन सामर्थ्य '40 आयतन' हो जाती है।

(B) विलयन की मोलरता, इसकी प्रारम्भिक मोलरता की आधी हो जाती है।

(C) विलयन की मोललता इसकी प्रारम्भिक मोललता की आधी हो जाती है।

(D) विलयन से प्राप्त O_2 गैस की अधिकतम मात्रा समान रहती है।

Ans. B, D

Sol. $V \times 20 = 2V \times S \Rightarrow S = 10$vol.

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

6. The correct statement(s) regarding defects in solids is/are –

(A) Frenkel defect is usually favoured by a very small difference in the sizes of cation and anion.

(B) Frenkel defect is a dislocation defect.

(C) Trapping of an electron in the ionic lattice leads to the formation of F-centres accompanied with it formation of metal excess defect.

(D) Schottky defect has no effect on the physical properties of solids.

ठोसो मे दोषो के बारे मे सही कथन है/हैं –

(A) फ्रेंकल दोष सामान्यतः धनायन तथा ऋणायन के आकार मे बहुत कम अन्तर द्वारा अनुकूलित होते है।

(B) फ्रेंकल दोष, विस्थापन दोष है।

(C) आयनिक जालक मे एक इलेक्ट्रॉन को जकड़ने से धातु आधिक्य दोष के निर्माण के साथ f-केन्द्रो का निर्माण होता है।

(D) ठोसो के भौतिक गुणधर्मो पर शॉट्की दोष का कोई प्रभाव नही पड़ता है।

Ans. B, C

Sol. Frenkel defect is a dislocation defect which is exhibited by compounds in which cations and anions differs much in their sizes and have low coordination number.

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

7. 100 g of silver metal in ore is dissolved by KCN solution in presence of air by the reaction

$4Ag + 8KCN + O_2 + 2H_2O \longrightarrow 4K\,[Ag(CN)_2] + 4KOH$

The correct information(s) is/are : (Ag = 108, K = 39)

(A) The amount of KCN required to dissolve 100g of pure Ag is 120.37 g

(B) The amount of oxygen used in this process is 0.742 g

(C) The amount of oxygen used in this process is 7.40 g

(D) The volume of oxygen used at STP is 5.25 L

अयस्क में 100 g सिल्वर धातु अभिक्रिया द्वारा वायु की उपस्थिति में KCN विलयन में विलेय होती है।

$4Ag + 8KCN + O_2 + 2H_2O \longrightarrow 4K\,[Ag(CN)_2] + 4KOH$

सही सूचना है/हैं : (Ag = 108, K = 39)

(A) 100g शुद्ध Ag मे विलेय करने के लिये आवश्यक KCN की मात्रा 120.37 g है।

(B) इस प्रक्रम मे प्रयोग मे ली गयी ऑक्सीजन की मात्रा 0.742 g है।

(C) इस प्रक्रम मे प्रयोग मे ली गयी ऑक्सीजन की मात्रा 7.40 g है।

(D) STP पर प्रयोग मे ली गयी ऑक्सीजन का आयतन 5.25 L है।

Ans. A, C, D

Sol. $4Ag + 8KCN + O_2 + 2H_2O \longrightarrow 4K\,[Ag(CN)_2] + 4KOH$

$4 \times 108g\ Ag \longrightarrow 8 \times 65g\ KCN$

$100g\ \ Ag \longrightarrow \dfrac{8 \times 65}{4 \times 108} \times 100 = 120g$

$\therefore$ 100 Ag dissolves 120g KCN

$\Rightarrow 4 \times 108g$ Ag reacts = 32g O_2

1g of Ag reacts = $\dfrac{32}{4 \times 108} = 0.0740g$

$\therefore$ 100g of Ag reacts = 7.4g of O_2

Volume of O_2 reacts = $\dfrac{7.4}{32} \times 22.7 = 5.25$ L

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

8. Equimolar homogenous solution of volatile liquids A and B has vapour pressure 310 torr.
$P_A^0 = 200$ torr and $P_B^0 = 500$ torr
Select the **incorrect** option(s) for above binary liquid solution.

(A) Enthalpy of mixing for this solution is negative

(B) Intermolecular interaction between [A–B] will be weaker than between [A–A] and [B–B]

(C) Boiling point of this solution will be less than its ideal boiling point at same composition

(D) Volume of solution formed will be less than sum of volumes of pure A and B mixed.

वाष्पशील द्रव A तथा B के सममोलर समांगी विलयन का वाष्प दाब 310 torr है।
$P_A^0 = 200$ torr तथा $P_B^0 = 500$ torr
उपरोक्त द्विअंगी द्रव विलयन के लिये **गलत** विकल्प चुनिये :

(A) इस विलयन के लिये मिश्रण की ऐन्थेल्पी ऋणात्मक है।

(B) [A–A] तथा [B–B] के मध्य की तुलना में [A–B] के मध्य अन्तरआण्विक अन्योन्य क्रिया दुर्बल होगी

(C) इस विलयन का क्वथनांक समान संगठन पर इसके आदर्श क्वथनांक की तुलना में कम होगा

(D) मिश्रित शुद्ध A तथा B के आयतनो के योग की तुलना में निर्मित विलयन का आयतन कम होगा

Ans. B, C

Sol. $P_{total} = X_A P_A^0 + X_B P_B^0$

$P_{total} = 0.5 \times 200 + 0.5 \times 500 = 350$ torr

$P_{obs} < P_{theo}$ (negative deviation)

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

SECTION-I (iii) : (Maximum Marks: 12)
खण्ड-I (iii) : (अधिकतम अंक: 12)

- This section contains **FOUR (04)** questions.
- This section contains **TWO** paragraphs.
- Based on each paragraph, there are **TWO** questions
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is correct
- For each question, choose the option corresponding to the correct answer.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks	:	+3	If ONLY the correct option is chosen.
Zero Marks	:	0	If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered).
Negative Marks	:	–1	In all other cases.

- इस खण्ड में **चार (04)** प्रश्न हैं
- इस खण्ड में **दो** अनुच्छेद हैं
- प्रत्येक अनुच्छेद पर **दो** प्रश्न दिए गयें हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें केवल **एक** सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए सही उत्तर विकल्प के अनुरूप विकल्प को चुनें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे** :

पूर्ण अंक	:	+3	यदि सिर्फ सही विकल्प को चुना गया है।
शून्य अंक	:	0	यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है
ऋण अंक	:	–1	अन्य सभी परिस्थितियों में।

Paragraph for Questions 9 and 10
प्रश्न 9 एवं 10 के लिये अनुच्छेद

An ideal solution is formed by mixing two volatile liquid A and B. X_A and X_B are the mole fractions of A and B respectively in the solution and Y_A and Y_B are the mole fractions of A and B respectively in the vapour phase. Vapour pressures of the pure liquids A and B are P_A^0 and P_B^0 respectively.

दो वाष्पशील द्रव A तथा B को मिश्रित करके एक आदर्श विलयन बनाया गया है। X_A तथा X_B विलयन मे क्रमशः A तथा B के मोल प्रभाज है तथा Y_A एवं Y_B वाष्प प्रावस्था मे क्रमशः A तथा B के मोल प्रभाज है। शुद्ध द्रव A तथा B के वाष्प दाब क्रमशः P_A^0 तथा P_B^0 है।

9. A plot of $\frac{1}{Y_A}$ along y- axis against $\frac{1}{X_A}$ along x-axis gave a straight line. What is the slope of the straight line:-

y-अक्ष के सापेक्ष $\frac{1}{Y_A}$ के विरूद्ध x-अक्ष के सापेक्ष $\frac{1}{X_A}$ का आरेख एक सीधी रेखा देता है, तो सीधी रेखा का ढाल क्या है ?

(A) $\frac{P_B^o}{P_A^o}$

(B) $\frac{P_A^o}{P_B^o}$

(C) $P_B^o - P_A^o$

(D) $\frac{P_A^o - P_B^o}{P_A^o}$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

Ans. A

Sol.

$X_A P_A^o = Y_A P_T$

$\frac{1}{Y_A} = \frac{1}{P_A^o}\left(P_A^o + \frac{1 - X_A}{X_A} P_B^o\right)$

$\frac{1}{Y_A} = \left(1 - \frac{P_B^o}{P_A^o}\right) + \frac{P_B^o}{P_A^o}\frac{1}{X_A}$

10. A plot of reciprocal of total pressure $\left(\frac{1}{P}\right)$ along y- axis verses Y_A along x-axis gives:-

(A) A linear plot with slope = $\left(\frac{1}{P_B^o} - \frac{1}{P_A^o}\right)$

(B) A linear plot with slope = $\left(\frac{1}{P_A^o} - \frac{1}{P_B^o}\right)$

(C) A linear plot with slope = $\frac{1}{P_B^o}$

(D) A linear plot with slope = $P_A^o\ P_B^o$

y-अक्ष के सापेक्ष कुल दाब $\left(\frac{1}{P}\right)$ के व्युत्क्रम का x- अक्ष के सापेक्ष Y_A का आरेख देता हैं :-

(A) ढाल के साथ रेखीय आरेख = $\left(\frac{1}{P_B^o} - \frac{1}{P_A^o}\right)$

(B) ढाल के साथ रेखीय आरेख = $\left(\frac{1}{P_A^o} - \frac{1}{P_B^o}\right)$

(C) ढाल के साथ रेखीय आरेख = $\frac{1}{P_B^o}$

(D) ढाल के साथ रेखीय आरेख = $P_A^o\ P_B^o$

Ans. B

Sol. $\frac{1}{P} = \left(\frac{1}{P_A^o} - \frac{1}{P_B^o}\right) Y_A + \frac{1}{P_B^o}$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

Paragraph for Questions 11 and 12
प्रश्न 11 एवं 12 के लिये अनुच्छेद

2 litre of 9.8 % w/w H_2SO_4 (d = 1.5 gm/ml) solution is mixed with 3 litre of 1 M KOH solution.

2 लीटर 9.8 % w/w H_2SO_4 (d = 1.5 gm/ml) विलयन को 3 लीटर 1 M KOH विलयन के साथ मिश्रित किया गया है।

11. The number of moles H_2SO_4 added are

मिलाये गये H_2SO_4 के मोलो की संख्या हैं :

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 0.5

Ans. C

12. The concentration of H^+ if solution is acidic or concentration of OH^- if solution is basic in the final solution is

अन्तिम विलयन में H^+ की सांद्रता यदि विलयन अम्लीय है या OH^- की सांद्रता यदि विलयन क्षारीय हैं :

(A) 0 (B) $\frac{3}{10}$

(C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{2}{5}$

Ans. C

Note : No questions have been asked in the section II of this paper. Please leave section II blank on the OMR answer sheet.

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

SECTION-III : (Maximum Marks: 24)

खण्ड-III : (अधिकतम अंक: 24)

- This section contains **SIX (06)** questions.
- The answer to each question is a **SINGLE DIGIT INTEGER** ranging from 0 to 9, both inclusive.
- For each question, enter the correct integer value of the answer using the mouse and the on-screen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

Full Marks : +4 If only the correct answer is given.
Zero Marks : 0 In all other cases

- इस खण्ड में **छः (06)** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का **एक एकल अंकीय पूर्णांक** है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही पूर्णांक मान को माउज (mouse) और ऑन स्क्रीन (on-screen) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (virtual numeric keypad) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे :

पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सही विकल्प को ही चुना गया है।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

---

1. Number of crystal system having at least 2 interfacial angles equal is X.

Number of crystal system having none of the interfacial angles equal is Y.

Number of crystal system having none of the axial length to be equal is Z.

Find the value of X – Y + Z.

कम से कम 2 अन्तरफलकीय कोण समान रखने वाले क्रिस्टल तंत्र की संख्या X है।

कोई भी अन्तरफलकीय कोण समान नहीं रखने वाले क्रिस्टल तंत्र की संख्या Y है।

कोई भी अक्षीय लम्बाई समान नही रखने वाले क्रिस्टल तंत्र की संख्या Z है।

X – Y + Z का मान है।

Ans. 8

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

2. In CaF_2-type lattice, if

x = nearest distance between Ca^{2+} & F^- ions

y = nearest distance between two F^- ions

z = nearest distance between two Ca^{2+} ions.

then find value of the expression.

$$\left[\sqrt{6}\left(\frac{xz}{y^2}\right)\right]$$

CaF_2-प्रकार के जालक में, यदि

x = Ca^{2+} तथा F^- आयनो के मध्य निकटतम दूरी

y = दो F^- आयनों के मध्य निकटतम दूरी

z = दो Ca^{2+} आयनो के मध्य निकटतम दूरी

तो व्यंजक $\left[\sqrt{6}\left(\frac{xz}{y^2}\right)\right]$ का मान हैं ?

Ans. 3

3. How many blood cells of 5ml each having $[K^+] = 0.1M$ should burst into 25 ml of blood plasma $[K^+] = 0.02$ M so as to give final $[K^+] = 0.06$ M

25 ml रक्त प्लास्मा $[K^+] = 0.02$ M में कितनी रक्त कोशिकाओं (प्रत्येक 5ml, $[K^+] = 0.1M$) , के फटने से अन्तिम $[K^+] = 0.06$ M प्राप्त होगा।

Ans. 5

Sol. $[K^+] = \dfrac{M_1V_1 \times x + M_2V_2}{x \times V_1 + V_2}$

$0.06 = \dfrac{0.1 \times 5 \times x + 0.02 \times 25}{x \times 5 + 25}$

$x = 5$

4. A 60 gm sample of organic compound having emperical formula C_xH_yO on complete combustion gives 88 gm of CO_2 & 36 gm of H_2O. The value of (x + y) is.

मूलानुपाति सूत्र C_xH_yO वाले कार्बनिक यौगिक के 60 gm नमूना पूर्ण दहन पर 88 gm CO_2 तथा 36 gm H_2O देता है, तो (x + y) का मान हैं ?

Ans. 3

Sol. CH_2O

$1 + 2 = 3$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

5. The Henry law constant for dissolution of a gas in aqueous medium is 3×10^2 atm. At what partial pressure of the gas, the molality of gas in aqueous solution will be $\frac{5}{9}$m.

(Answer should be nearest integral value)

जलीय माध्यम में गैस के विलायक के लिये हेनरी नियम स्थिरांक 3×10^2 atm है। गैस के किस आंशिक दाब पर जलीय माध्यम मे गैस की मोललता $\frac{5}{9}$m. होगी ?

(उत्तर निकटतम पूर्णांक मान मे होना चाहिये)

Ans. 3

Sol. Given : $\longrightarrow$ Henry law constant, $K_H = 3 \times 10^2$ atm molality = $\frac{5}{9}$ m

means 5 moles of gas in 9 kg solvent (H_2O)

moles of solvent $\frac{9000}{18}$ = 500 moles

mole fraction of gas = $\frac{5}{5+500} = \frac{5}{505} = X$

According to Henry law :

Pressure, $P = K_H X$

$P = 3 \times 10^2 \times \frac{5}{505} = 2.97 \approx \boxed{3}$

6. 62.5 gm of a mixture of $CaCO_3$ and SiO_2 are treated with excess of HCl due to which 1.1 gm of CO_2 is produced. What is the mass % of $CaCO_3$ in the mixture? [$CaCO_3 + HCl \longrightarrow CaCl_2 + CO_2 + H_2O$]

$CaCO_3$ तथा SiO_2 के 62.5 gm मिश्रण को HCl के आधिक्य के साथ उपचारित कराते हैं तो 1.1 gm CO_2 निर्मित होती है। मिश्रण में $CaCO_3$ का द्रव्यमान % क्या है ? [$CaCO_3 + HCl \longrightarrow CaCl_2 + CO_2 + H_2O$]

Ans. 4

Sol. $2HCl + CaCO_3 \longrightarrow CaCl_2 + CO_2 + H_2O$

2.5 gm $\qquad n = \frac{1.1}{44} = 0.025$

$\text{Mass} = \frac{2.5}{62.5} \times 100 = 4\%$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

SECTION-IV : (Maximum Marks: 16)

खण्ड-IV : (अधिकतम अंक: 16)

- This section contains **TWO (02)** questions.
- Each question contains two columns, **Column-I** and **Column-II**.
- **Column-I** has **four** entries (A), (B), (C) and (D)
- **Column-II** has **five** entries (P), (Q), (R), (S) and (T)
- Match the entries in **Column-I** with the entries in **Column-II**.
- One or more entries in **Column-I** may match with one or more entries in **Column-II**.
- For each entry in **Column-I**, darken the options of all the matching entries. For example, if entry (A) in **Column-I** matches with entries (Q), (R) and (T), then chosen these three options. Similarly, for entries (B), (C) and (D).
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

For each entry in **Column-I**

Full Marks : +2 If only the option(s) corresponding to all the correct match(es) is (are) chosen

Zero Marks : 0 In all other cases

- इस खण्ड में **दो (02)** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में **दो** कॉलम हैं, **कॉलम-I** तथा **कॉलम-II**
- **कॉलम-I** में **चार** प्रविष्टयाँ (A), (B), (C) तथा (D) हैं
- **कॉलम-II** में **पाँच** प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R), (S) तथा (T) हैं
- **कॉलम-I** की प्रविष्टियों का **कॉलम-II** की प्रविष्टियों से सुमेलित करें
- **कॉलम-I** की एक या एक से अधिक प्रविष्टियाँ, **कॉलम-II** की एक या एक से अधिक प्रविष्टियों से सुमेलित हो सकती हैं
- **कॉलम-I** की प्रत्येक प्रविष्टि के लिए सभी सुमेलित प्रविष्टियों के विकल्पों को चुनें। उदाहरण स्वरूप, यदि **कॉलम-I** की प्रविष्टि (A) प्रविष्टियों (Q), (R) तथा (T) से सुमेलित हो, तो इन तीनों विकल्पों को चुनें। इसी प्रकार प्रविष्टियों (B), (C) तथा (D) के लिये भी करें
- अंकन योजना :

कॉलम-I की प्रत्येक प्रविष्टि के लिए

पूर्ण अंक : +2 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।

शून्य अंक : 0 अन्य सभी अवस्थाओं में

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

1.

Column-I (Ionic compound structure)		Column-II	
(A)	NaCl (Rock salt)	(P)	Closest distance between oppositely charged ions = $\frac{\sqrt{3}}{4}a$
(B)	ZnS (Zinc blende)	(Q)	Closest distance between cation-cation = $\frac{a}{2}$
(C)	CaF_2 (Flourite)	(R)	Closest distance between oppositely charged ions = $\frac{a}{2}$
(D)	Li_2O (Anti flourite)	(S)	Co-ordinaton number of cation = 6
		(T)	Co-ordinaton number of anion = 4

[a = Edge length of given unit cell]

कॉलम-I (आयनिक यौगिक संरचना)		कॉलम-II	
(A)	NaCl (रॉक लवण)	(P)	विपरित आवेशित आयनो के मध्य निकटतम दूरी = $\frac{\sqrt{3}}{4}a$
(B)	ZnS (जिंक ब्लेंड)	(Q)	धनायन-धनायन के मध्य निकटतम दूरी = $\frac{a}{2}$
(C)	CaF_2 (फ्लोराइट)	(R)	विवरित आवेशित आयनो के मध्य निकटतम दूरी = $\frac{a}{2}$
(D)	Li_2O (ऐन्टीफ्लोराइट)	(S)	धनायन की समन्वय संख्या = 6
		(T)	ऋणायन की समन्वय संख्या = 4

[a = दी गयी ईकाई सेल की किनारा लम्बाई]

Ans. A $\rightarrow$ R,S, B $\rightarrow$ P,T, C $\rightarrow$ P,T, D $\rightarrow$ P,Q

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

2. Match the Column -

Column-I		Column-II	
(A)	Acetone + $CHCl_3$	(P)	$\Delta S_{mix.} > 0$
(B)	Ethanol + Water	(Q)	$\Delta V_{mix.} > 0$
(C)	$C_2H_5Br + C_2H_5I$	(R)	$\Delta H_{mix.} < 0$
(D)	Acetone + Benzene	(S)	Maximum boiling azeotropes
		(T)	Minimum boiling azeotropes

कॉलम का मिलान करे-

कॉलम-I		कॉलम-II	
(A)	ऐसिटोन + $CHCl_3$	(P)	$\Delta S_{mix.} > 0$
(B)	ऐथेनॉल + जल	(Q)	$\Delta V_{mix.} > 0$
(C)	$C_2H_5Br + C_2H_5I$	(R)	$\Delta H_{mix.} < 0$
(D)	ऐसिटोन + बेंजीन	(S)	अधिकतम क्वथनांकी स्थिर क्वाथी मिश्रण
		(T)	निम्नतम क्वथनांकी स्थिर क्वाथी मिश्रण

Ans. A ⟶ P,R,S, B ⟶ P,Q,T, C ⟶ P, D ⟶ P,Q,T

Sol. (A) Acetone + $CHCl_3$ −ve devation from Raoult's law $\Delta S > 0$

$\Delta H < 0$ $\Delta V < 0$

Maximum Boiling Azeotropes.

(B) Ethanol + Water +ve Deviation from Raoult's law $\Delta S > 0$

$\Delta H > 0$ $\Delta V > 0$ Minimum Boiling Azeotropes

(C) $C_2H_5Br + C_2H_5I$ Ideal solution No Azeotropes

$\Delta H = 0$ $\Delta V = 0$

(D) Acetone + Benzene +ve Deviation from Raoults law

$\Delta H > 0$ $\Delta V > 0$ $\Delta S > 0$

Minimum Boiling Azeotropes

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

PART-3 : MATHEMATICS
भाग-3 : गणित
SECTION-I (i) : (Maximum Marks: 12)
खण्ड-I (i) : (अधिकतम अंक: 12)

- This section contains **FOUR (04)** questions.
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is the correct answer.
- For each question, choose the option corresponding to the correct answer.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :

Full Marks : +3 If ONLY the correct option is chosen.
Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered)
Negative Marks : –1 In all other cases

- इस खण्ड में **चार (04)** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं। जिनमें **केवल एक** ही सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए सही उत्तर विकल्प के अनुरूप विकल्प को चुनें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे:**

पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प को चुना गया है।
शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है
ऋण अंक : –1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

---

1. If $\sin^{-1}(1-x) - 3\sin^{-1}x = \cos^{-1}x$, then the value of x is

यदि $\sin^{-1}(1-x) - 3\sin^{-1}x = \cos^{-1}x$ हो, तो x का मान होगा

(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ans. C

Sol. $\sin^{-1}(1-x) - 3\sin^{-1}x = \cos^{-1}x$

$\sin^{-1}(1-x) - 3\sin^{-1}x = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}x$

$\sin^{-1}(1-x) = \frac{\pi}{2} + 2\sin^{-1}x$

$2\sin^{Ý}x = -\cos^{-1}(1-x)$ .....(1)

Domain is $x \in [0, 1]$

$\sin^{-1}x = \theta, \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

$x = \sin\theta$ .....(2)

By (1) and (2)

$2\theta = -\cos^{-1}(1-\sin\theta)$

$\cos^{-1}(1-\sin\theta) = -2\theta, -2\theta \in [-\lambda, 0]$

Only possible when $-2\theta = 0$.

$\Rightarrow \theta = 0 \quad \Rightarrow x = 0.$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

2. If the domain of the function $f(x) = \sqrt{\sin^{-1}(2x) + \frac{\pi}{6}}$ is [a, b] then 5b – 4a is

यदि फलन $f(x) = \sqrt{\sin^{-1}(2x) + \frac{\pi}{6}}$ का प्रांत [a, b] हो, तो 5b – 4a का मान होगा

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{7}{2}$

Ans. D

Sol. $\sin^{-1}(2x) + \frac{\pi}{6} \geq 0$

$\Rightarrow \sin^{-1}(2x) \geq \frac{-\pi}{6}$

$\Rightarrow 2x \geq \frac{-1}{2}$

$\therefore \frac{-1}{4} \leqslant x \leqslant \frac{1}{2}$

3. If $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$, then f(f(f(x))) is equal to

यदि $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$ हो, तो f(f(f(x))) बराबर है

(A) x (B) –x

(C) $\frac{1}{x}$ (D) $-\frac{1}{x}$

Ans. A

Sol.

$$fof(x) = \frac{f(x)-3}{f(x)+1} = \frac{\frac{x-3}{x+1} - 3}{\frac{x-3}{x+1} + 1}$$

$$fof(x) = -\frac{x+3}{x-1}$$

$$fofof(x) = \frac{-\frac{x+3}{x-1} - 3}{-\frac{x+3}{x-1} + 1} = x$$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

4. Expression $\dfrac{x^2+34x-71}{x^2+2x-7}$ can take values :

पद $\dfrac{x^2+34x-71}{x^2+2x-7}$ किन के बराबर हो सकते हैं:

(A) 6 (B) 10

(C) 7 (D) 8

Ans. B

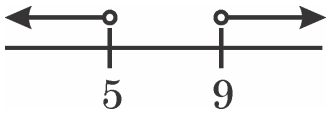
Sol. $y = \dfrac{x^2+34x-71}{x^2+2x-7}$

$\Rightarrow (y-1)x^2 + (2y-34)x - (7y-71) = 0$

for $x \in \mathbb{R}$

$(y-17)^2 + (y-1)(7y-71) \geq 0$

$y^2 + 289 - 34y + 7y^2 - 78y + 71 \geq 0$



$8y^2 - 112y + 360 \geq 0$

$y^2 - 14y + 45 \geq 0$

$(y-5)(y-9) \geq 0$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

SECTION-I (ii) : (Maximum Marks: 16)

खण्ड-I (ii) : (अधिकतम अंक: 16)

- This section contains **FOUR (04)** questions.
- Each question has **FOUR** options. **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is (are) correct answer(s).
- For each question, choose the option(s) corresponding to (all) the correct answer(s)
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If only (all) the correct option(s) is (are) chosen.
Zero Marks : 0 In all other cases.

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए चार विकल्प दिए गए हैं। इस चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही है(हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु सही विकल्प (विकल्पों) को चुने।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :

पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

---

5. For any positive integer n, let $S_n : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ be defined by $S_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \cot^{-1}\left(\frac{1+k(k+1)x^2}{x}\right)$, where for any $x \in \mathbb{R}$, $\cot^{-1}x \in (0, \pi)$ and $\tan^{-1}(x) \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. Then which of the following statements is (are) TRUE ?

(A) $S_{10}(x) = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{1+11x^2}{10x}\right)$, for all $x > 0$

(B) $\lim_{n\to\infty} \cot(S_n(x)) = x$, for all $x > 0$

(C) The equation $S_3(x) = \frac{\pi}{4}$ has a root in $(0, \infty)$

(D) $\tan(S_n(x)) \leqslant \frac{1}{2}$, for all $n \geq 1$ and $x > 0$

किसी भी धन पूर्णांक (positive integer), n के लिए, मान लीजिए कि

$S_n : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $S_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \cot^{-1}\left(\frac{1+k(k+1)x^2}{x}\right)$ द्वारा परिभाषित है, जहाँ किसी भी $x \in \mathbb{R}$, के लिए $\cot^{-1}x \in (0, \pi)$ और $\tan^{-1}(x) \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ है। तब निम्न कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (हैं)?

(A) $S_{10}(x) = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{1+11x^2}{10x}\right)$, सभी $x > 0$ के लिए

(B) $\lim_{n\to\infty} \cot(S_n(x)) = x$, सभी $x > 0$ के लिए

(C) समीकरण $S_3(x) = \frac{\pi}{4}$ का $(0, \infty)$ में एक मूल है

(D) $\tan(S_n(x)) \leqslant \frac{1}{2}$, सभी $n \geq 1$ तथा $x > 0$ के लिए

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

Ans. A, B

Sol.

$$S_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \tan^{-1}\left(\frac{x}{1+kx(kx+x)}\right)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \tan^{-1}\left(\frac{(kx+x)-(kx)}{1+(kx+x)(kx)}\right)$$

$$S_n(x) = \tan^{-1}(nx+x) - \tan^{-1}x = \tan^{-1}\left(\frac{nx}{1+(n+1)x^2}\right)$$

(A) $S_{10}(x) = \tan^{-1}\dfrac{10x}{1+11x^2} = \dfrac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\dfrac{1+11x^2}{10x}\right)$ $(x > 0)$

(B) $\lim\limits_{n\to\infty} \cot(S_n(x)) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\frac{1}{n} + \left(1+\frac{1}{n}\right)x^2}{x} = x\ (x > 0)$

(C) $S_3(x) = \tan^{-1}\dfrac{3x}{1+4x^2} = \dfrac{\pi}{4} \Rightarrow 4x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x \notin \mathbb{R}$

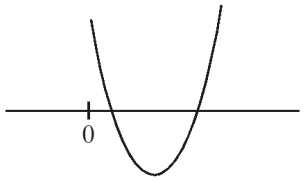
(D) $\tan(S_n(x)) = \dfrac{nx}{1+(n+1)x^2}$; $\forall\ n \geq 1\ ;\ x > 0$

We need to check the validity of $\dfrac{nx}{1+(n+1)x^2} \leqslant \dfrac{1}{2}$ " $n \geq 1\ ;\ x > 0\ ;\ n \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow 2nx \leq (n+1)x^2 + 1$

$\Rightarrow (n+1)x^2 - 2nx + 1 \geq 0\ \forall\ n \geq 1\ ;\ x > 0\ ;\ n \in \mathbb{N}$

Discriminant of $y = (n+1)x^2 - 2nx + 1$ is



$D = 4n^2 - 4(n+1)$ and $n \in \mathbb{N}$

$D < 0$ for $n = 1$; true for $x > 0$

$D > 0$ for $n \geq 2 \Rightarrow \exists$ some $x > 0$

for which $y < 0$ as both roots of

$y = 0$ will be positive.

$y = (n+1)x^2 - 2nx + 1,\ n \geq 2$

So, $y \geq 0\ \forall\ n \geq 1\ ;\ \forall\ x > 0\ ;\ n \in N$ is false.

6. If the quadratic equation $x^2 + 2(a+2b)x + (2a+b-1) = 0$ has unequal real roots for all $b \in R$, then the possible values a can be equal to :

यदि द्विघात समीकरण $x^2 + 2(a+2b)x + (2a+b-1) = 0$ के मूल वास्तविक तथा असमान हो $b \in R$, तब a का सम्भव मान हो सकता है :

(A) 5 (B) -1 (C) -10 (D) 3

Ans. B, C

Sol. From $D > 0\ \ \forall\ b \in R$.

$a < \dfrac{5}{8}$

Now verify alternatives.

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

7. Let A, B, C ⊆ X. Which of the following option(s) is/are true ?

माना A, B, C ⊆ X है। निम्न में से कौनसा विकल्प सत्य होगा/होगें ?

(A) $[A\backslash(A \cap B)] \cup [B\backslash(A \cap B)] \cup (A \cap B) = A \cup B$

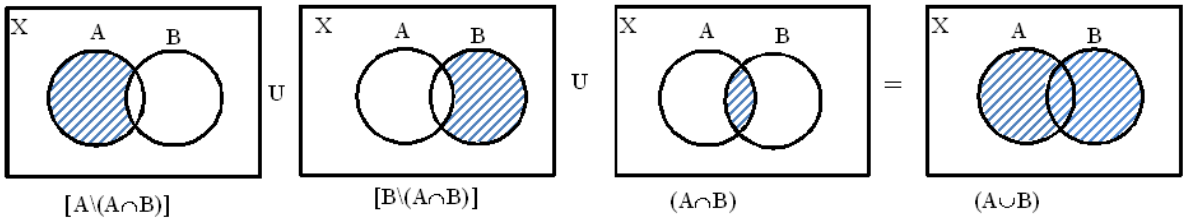
(B) $[(A \cup B)^c \cup B] \cap [B^c \cup (A \cup B)] = (A\backslash B)^c$

(C) $[(A \cup B) \cap (A \cap C)] \cap B^c = (A\backslash B)]\backslash C^c$

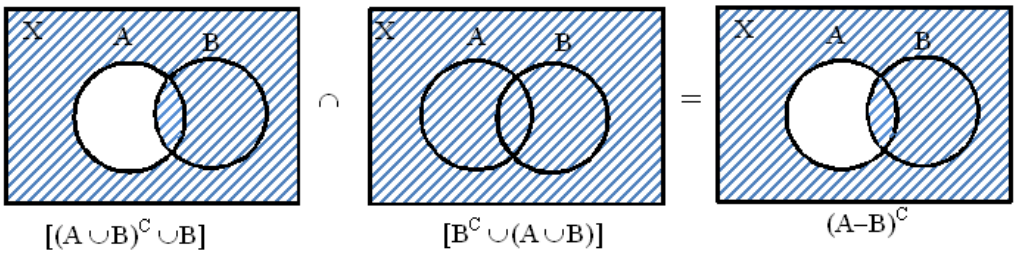
(D) $[A \cap (B^c \cap A^c)^c]^c \cup A = X$

Ans. A, B, C, D

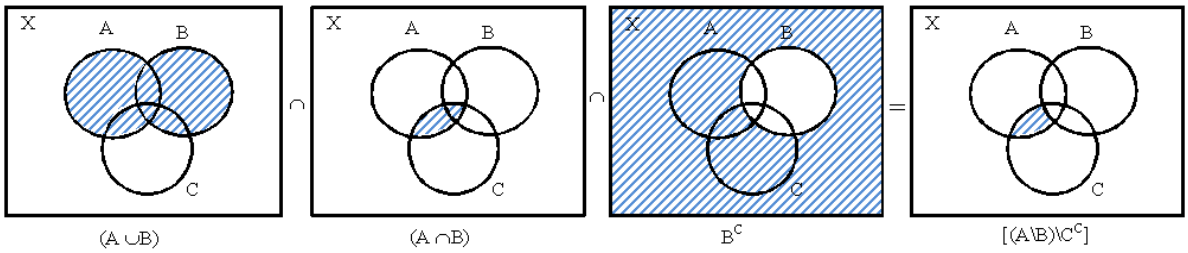
Sol. (A) Correct



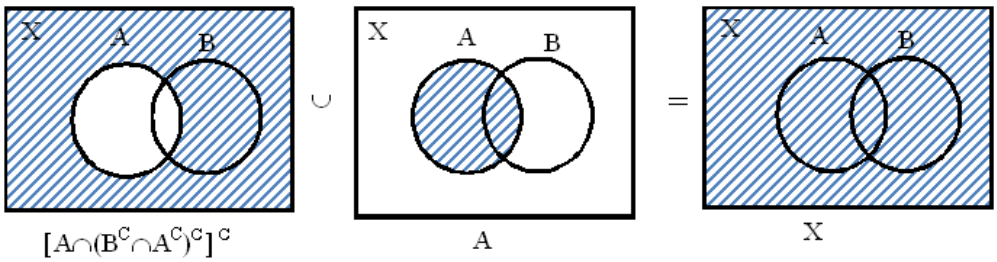
(B) Correct



(C) Correct



(D) Correct



TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

8. Which of the following statements is(are) correct?

(A) $7^{1/7} > (42)^{1/14} > 1$

(B) $\log_3(5)\ \log_7(9)\ \log_{11}(13) > -2$

(C) $\sqrt{99+70\sqrt{2}}+\sqrt{99-70\sqrt{2}}$ is rational

(D) $\frac{1}{\log_4 3}+\frac{1}{\log_7 3} > 3$

निम्न में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य होगा/होंगे?

(A) $7^{1/7} > (42)^{1/14} > 1$

(B) $\log_3(5)\ \log_7(9)\ \log_{11}(13) > -2$

(C) $\sqrt{99+70\sqrt{2}}+\sqrt{99-70\sqrt{2}}$ परिमेय है

(D) $\frac{1}{\log_4 3}+\frac{1}{\log_7 3} > 3$

Ans. A, B, D

Sol. (A) Clearly $7^{1/7}, (42)^{1/4} > 1$

$7^{1/7} = 49^{1/14} > 42^{1/14}$

$\therefore 7^{1/7} > (42)^{1/14} > 1$

(B) $\log_3 5 > 0, \log_7 9 > 0, \log_{11} 13 > 0$

$\Rightarrow \log_3 5.\log_7 9.\log_{11} 13 > -2$

(C) $99+70\sqrt{2} = 7^2 + \left(5\sqrt{2}\right)^2 + 2.5\sqrt{2}.7$

$= \left(7+5\sqrt{2}\right)^2$

$99-70\sqrt{2} = \left(7-5\sqrt{2}\right)^2$

$\sqrt{99+70\sqrt{2}} = 7+5\sqrt{2}\ 5\sqrt{2} > 7$

$\sqrt{99-70\sqrt{2}} = \left|7-5\sqrt{2}\right| = 5\sqrt{2}-7$

$\Rightarrow \sqrt{99+70\sqrt{2}}+\sqrt{99-70\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}$

(D) $\frac{1}{\log_4 3}+\frac{1}{\log_7 3}\ \frac{1}{\log_b a} = \log_a b$

$= \log_3 4 + \log_3 7 = \log_3 28 > \log_3 27 > 3$

$\therefore$ A,B,D are correct.

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

SECTION-I (iii) : (Maximum Marks: 12)

खण्ड-I (iii) : (अधिकतम अंक: 12)

- This section contains **FOUR (04)** questions.
- This section contains **TWO** paragraphs.
- Based on each paragraph, there are **TWO** questions
- Each question has **FOUR** options (A), (B), (C) and (D). **ONLY ONE** of these four options is correct
- For each question, choose the option corresponding to the correct answer.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:
- *Full Marks* : +3 If ONLY the correct option is chosen.
  Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered).
  Negative Marks : –1 In all other cases.

- इस खण्ड में **चार (04)** प्रश्न हैं
- इस खण्ड में **दो** अनुच्छेद हैं
- प्रत्येक अनुच्छेद पर **दो** प्रश्न दिए गयें हैं।
- प्रत्येक प्रश्न में **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें केवल **एक** सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए सही उत्तर विकल्प के अनुरूप विकल्प को चुनें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे** :

पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प को चुना गया है।
शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है
ऋण अंक : –1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Paragraph for Questions 9 and 10

प्रश्न 9 एवं 10 के लिये अनुच्छेद

Let $f(x) = \begin{cases} 2x & ; \quad x < 0 \\ 1 - x & ; \quad x \geqslant 0 \end{cases}$ & $g(x) = \begin{cases} -x & ; \quad x < -1 \\ x^2 & ; \quad -1 \leqslant x \leqslant 1 \\ x & ; \quad x > 1 \end{cases}$

On the basis of above information, answer the following questions :

माना $f(x) = \begin{cases} 2x & ; \quad x < 0 \\ 1 - x & ; \quad x \geqslant 0 \end{cases}$ तथा $g(x) = \begin{cases} -x & ; \quad x < -1 \\ x^2 & ; \quad -1 \leqslant x \leqslant 1 \\ x & ; \quad x > 1 \end{cases}$

उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

9. Range of $f(x)$ is -

$f(x)$ का परिसर है

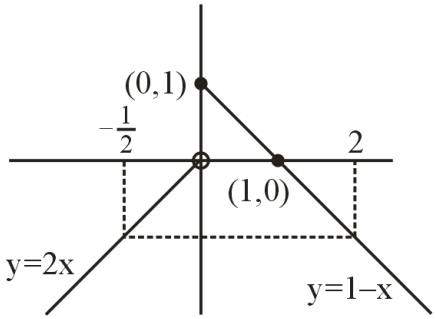
(A) $(-\infty, 1]$
(B) $(-\infty, \infty)$
(C) $(-\infty, 0]$
(D) $(-\infty, 2]$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

Ans. A

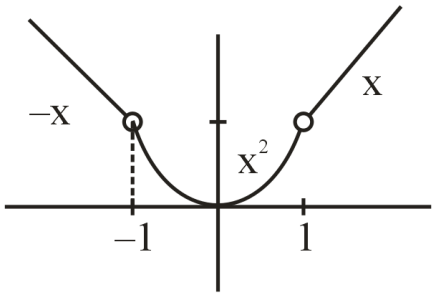
Sol.

f(x)

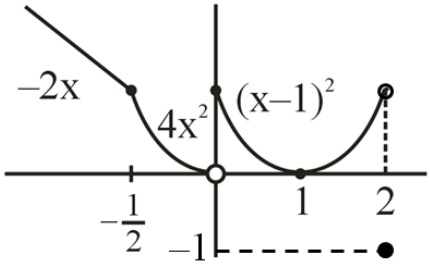


Range ∈ $(-\infty, 1]$

g(x)



g(f(x))



Range of g(f(x)) is $[0, \infty)$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

10. Range of g(f(x)) is -

g(f(x)) का परिसर है

(A) $(-\infty, \infty)$

(B) $[1, 3] \cup (3, \infty)$

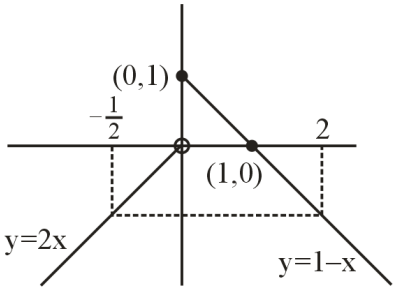
(C) $[1, \infty)$

(D) $[0, \infty)$

Ans. D

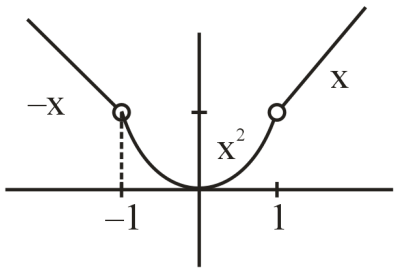
Sol.

f(x)

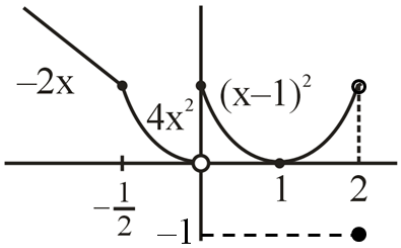


Range $\in (-\infty, 1]$

g(x)



g(f(x))



Range of g(f(x)) is $[0, \infty)$

Paragraph for Questions 11 and 12

प्रश्न 11 एवं 12 के लिये अनुच्छेद

Let $f : (-1, 1) \longrightarrow R$ where $f(x) = (\tan(2\tan^{-1}x))(\sin(2\sin^{-1}x))$.

माना $f : (-1, 1) \longrightarrow R$ जहाँ $f(x) = (\tan(2\tan^{-1}x))(\sin(2\sin^{-1}x))$ है।

11. $f'(0)$ is equal to

$f'(0)$ का मान होगा

(A) 1

(B) 0

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{2}{5}$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

Ans. B

Sol.

Let $x = \tan\theta$ or $\theta = \tan^{-1}x$

$\tan(2\tan^{-1}x) = \tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \dfrac{2x}{1-x^2}$

Let $\sin^{-1}x = \alpha$

$\Rightarrow \sin(2\sin^{-1}x) = \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$= 2x\sqrt{1-x^2}$

$\Rightarrow f(X) = \dfrac{4x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

$$f'(x) = \frac{8x\sqrt{1-x^2} - \left(\frac{4x^2(-2x)}{2\sqrt{1-x^2}}\right)}{\left(\sqrt{1-x^2}\right)^2}$$

$\Rightarrow f'(0) = 0$

12. The number of solution(s) of the equation $f(x) = \dfrac{16}{\sqrt{1-x^2}}$ is

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) infinite

समीकरण $f(x) = \dfrac{16}{\sqrt{1-x^2}}$ के हलों की संख्या होगी

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) अनन्त

Ans. A

Sol. Let $x = \tan q$ or $\theta = \tan^{-1}x$

$\tan(2\tan^{-1}x) = \tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \dfrac{2x}{1-x^2}$

Let $\sin^{-1}x = \alpha$

$\Rightarrow \sin(2\sin^{-1}x) = \sin^2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$= 2x\sqrt{1-x^2}$

$\Rightarrow f(X) = \dfrac{4x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

$\dfrac{4x^2}{\sqrt{1-x^2}} = \dfrac{16}{\sqrt{1-x^2}}$

$\Rightarrow x = \pm 2$ (but not in the domain)

Note : No questions have been asked in the section II of this paper. Please leave section II blank on the OMR answer sheet.

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

SECTION-III : (Maximum Marks: 24)

खण्ड-III : (अधिकतम अंक: 24)

- This section contains **SIX (06)** questions.
- The answer to each question is a **SINGLE DIGIT INTEGER** ranging from 0 to 9, both inclusive.
- For each question, enter the correct integer value of the answer using the mouse and the on-screen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer.
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

Full Marks : +4 If only the correct answer is given.
Zero Marks : 0 In all other cases

- इस खण्ड में **छः (06)** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का **एक एकल अंकीय पूर्णांक** है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही पूर्णांक मान को माउज (mouse) और ऑन स्क्रीन (on-screen) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (virtual numeric keypad) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे :

पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सही विकल्प को ही चुना गया है।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

---

1. If α and β are roots of $x^2 - x + 2 = 0$ and $S_n = \alpha^n + \beta^n, n \in N$, then value of $\dfrac{\sum_{n=1}^{5} S_n}{\sum_{n=1}^{4} \alpha^n + \sum_{n=1}^{4} \beta^n + 7}$ is

यदि α तथा β, समीकरण $x^2 - x + 2 = 0$ के मूल तथा $S_n = \alpha^n + \beta^n, n \in N$, हो, तो $\dfrac{\sum_{n=1}^{5} S_n}{\sum_{n=1}^{4} \alpha^n + \sum_{n=1}^{4} \beta^n + 7}$ का मान होगा

Ans. 5

Sol. $\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = 2$

$\alpha^2 + \beta^2 = -3$

$\alpha^3 + \beta^3 = -5$

$\alpha^4 + \beta^4 = 1$

$\alpha^5 + \beta^5 = 11$

$$\frac{\sum_{n=1}^{5} S_n}{\sum_{n=1}^{4} \alpha^n + \sum_{n=1}^{4} \beta^n + 7} = \frac{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + 7} = 5$$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

2. The smallest integral value of a for which the inequality $1+\log_5(1+x^2) \le \log_5(\alpha x^2+4x+\alpha)$ is true for all $x \in R$ is

α का न्यूनतम पूर्णांक मान, जिसके लिए असमिका $1+\log_5(1+x^2) \le \log_5(\alpha x^2+4x+\alpha)$ सभी $x \in R$ के लिए सत्य हो, होगा

Ans. 7

Sol. We have $(5-\alpha)x^2-4x+(5-\alpha) \le 0$; $\forall\ x \in R$

$\therefore 5-\alpha<0 \quad \text{Disc} \le 0$

$\alpha>5 \quad \& \ 16<4(\alpha-5)^2$

3. In a Zoo, there are 6 Bengal white tigers and 6 Bengal royal tigers. Out of these tigers, 5 are males and 10 are either Bengal royal tigers or males. Find the number of female Bengal white tigers in the Zoo.

एक चिड़िया घर में 6 बंगाल सफेद बाघ तथा 6 बंगाल रॉयल बाघ है। इन बाघों में से 5 नर तथा 10 या तो बंगाल रॉयल बाघ या नर है। चिड़ियाघर में मादा बंगाल सफेद बाघों की संख्या ज्ञात कीजिये।

Ans. 2

Sol. Bengal white Tigers = BWT

Bengal Royal Tigers = BRT

Males = M

Females = F

Given :

$n(BWT) = 6,\ n(BRT) = 6$

$n(M) = 5,\ n(BRT \cup M) = 10$

$n(BRT \cup M) = n(BRT) + n(M) - n(BRT \cap M)$

$\Rightarrow 10 = 6 + 5 - n(BRT \cap M)$

$\Rightarrow n(BRT \cap M) = 1$

$\Rightarrow n(BRT \cap F) = n(BRT) - n(BRT \cap M) = 5$

Total Tigers = 12, Male Tigers = 5, Female Tigers = 12 − 5 = 7

Female Tigers $= n(BRT \cap F) + n(BWT \cap F)$

$\Rightarrow 7 = 5 + n(BWT \cap F)$

$\Rightarrow n(BWT \cap F) = 7 - 5 = 2$

Number of Female Bengal Tigers in the Zoo = 2

4. If $a^2+9b^2+6a+18b+18 \le 0$, then the value of $b-a$ is equal to : $(a, b \in R)$

यदि $a^2+9b^2+6a+18b+18 \le 0$ तब $b-a$ $(a, b \in R)$ का मान है-

Ans. 2

Sol. $a^2+9b^2+6a+18b+18 \le 0$

$\Rightarrow (a^2+6a+9)+9b^2+18b+9 \le 0$

$\Rightarrow (a+3)^2+9(b^2+2b+1) \le 0$

Only possible when $a=-3,\ b=-1$

then $b-a=-1+3=2$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

5. Let 'f' be a function such that $2f(x) + f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = x \forall x \in R - \{1\}$.

If $3f(x) + \frac{x+1}{x-1} = \lambda x \ \forall x \in R - \{1\}$, then value of λ is

माना f एक फलन इस प्रकार है कि $2f(x) + f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = x \forall x \in R - \{1\}$ है।

यदि $3f(x) + \frac{x+1}{x-1} = \lambda x \ \forall x \in R - \{1\}$ हो, तो λ का मान होगा

Ans. 2

Sol.

$$2f(x) + f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = x$$

$$x \to \frac{x+1}{x-1}$$

$$\Rightarrow f(x) + 2f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = \frac{x+1}{x-1}$$

Solving

$$3f(x) = 2x - \frac{x+1}{x-1}$$

$$3f(x) + \frac{x+1}{x-1} = 2x$$

$$\Rightarrow \lambda = 2$$

6. If $a = \sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ and $b = \tan^{-1}(-\sqrt{3}) - \cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

then if $a + b = -\frac{\lambda\pi}{12}$ find λ :

यदि $a = \sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ तथा $b = \tan^{-1}(-\sqrt{3}) - \cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

तब यदि $a + b = -\frac{\lambda\pi}{12}$ तब λ का मान है-

Ans. 7

Sol.

$$a = \sin^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= -\frac{\pi}{4} + \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{12}$$

$$b = \tan^{-1}(-\sqrt{3}) - \cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= -\frac{\pi}{3} - \left(\pi - \cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)$$

$$= -\pi$$

$$a + b = \frac{5\pi}{12} - \pi = -\frac{7\pi}{12}$$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

SECTION-IV : (Maximum Marks: 16)

खण्ड-IV : (अधिकतम अंक: 16)

- This section contains **TWO (02)** questions.
- Each question contains two columns, **Column-I** and **Column-II**.
- **Column-I** has **four** entries (A), (B), (C) and (D)
- **Column-II** has **five** entries (P), (Q), (R), (S) and (T)
- Match the entries in **Column-I** with the entries in **Column-II**.
- One or more entries in **Column-I** may match with one or more entries in **Column-II**.
- For each entry in **Column-I**, darken the options of all the matching entries. For example, if entry (A) in **Column-I** matches with entries (Q), (R) and (T), then chosen these three options. Similarly, for entries (B), (C) and (D).
- For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

For each entry in **Column-I**

Full Marks : +2 If only the option(s) corresponding to all the correct match(es) is (are) chosen

Zero Marks : 0 In all other cases

- इस खण्ड में **दो (02)** प्रश्न हैं
- प्रत्येक प्रश्न में **दो** कॉलम हैं, **कॉलम-I** तथा **कॉलम-II**
- **कॉलम-I** में **चार** प्रविष्टयाँ (A), (B), (C) तथा (D) हैं
- **कॉलम-II** में **पाँच** प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R), (S) तथा (T) हैं
- **कॉलम-I** की प्रविष्टियों का **कॉलम-II** की प्रविष्टियों से सुमेलित करें
- **कॉलम-I** की एक या एक से अधिक प्रविष्टियाँ, **कॉलम-II** की एक या एक से अधिक प्रविष्टियों से सुमेलित हो सकती हैं
- **कॉलम-I** की प्रत्येक प्रविष्टि के लिए सभी सुमेलित प्रविष्टियों के विकल्पों को चुनें। उदाहरण स्वरूप, यदि **कॉलम-I** की प्रविष्टि (A) प्रविष्टियों (Q), (R) तथा (T) से सुमेलित हो, तो इन तीनों विकल्पों को चुनें। इसी प्रकार प्रविष्टियों (B), (C) तथा (D) के लिये भी करें
- अंकन योजना :

कॉलम-I की प्रत्येक प्रविष्टि के लिए

पूर्ण अंक : +2 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।

शून्य अंक : 0 अन्य सभी अवस्थाओं में

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

1. Match the maximum number of possible integral values of x from column-II satisfying the equation/inequation in column-I.

Column-I		Column-II	
(A)	$\log_3\log_2\left(-\log_{1/2}x\right) < 0$	(P)	4
(B)	$\dfrac{(x-5)(x-9)}{(x^4-1)} < 0$	(Q)	3
(C)	$\|\|x+2\|-1\| \leqslant 1$	(R)	1
(D)	$\|\|x-3\|-\|x-5\|\| = 2\|x-4\|$	(S)	5
		(T)	2

कॉलम-I में दिए गए समीकरण/असमिका को सन्तुष्ट करने वाले कॉलम-II में दिए गए x के सम्भव पूर्णांक मानों की अधिकतम संख्या से सुमेलित कीजिए।

कॉलम-I		कॉलम-II	
(A)	$\log_3\log_2\left(-\log_{1/2}x\right) < 0$	(P)	4
(B)	$\dfrac{(x-5)(x-9)}{(x^4-1)} < 0$	(Q)	3
(C)	$\|\|x+2\|-1\| \leqslant 1$	(R)	1
(D)	$\|\|x-3\|-\|x-5\|\| = 2\|x-4\|$	(S)	5
		(T)	2

Ans. A $\longrightarrow$ R, B $\longrightarrow$ P, C $\longrightarrow$ S, D $\longrightarrow$ Q

Sol. Do yourself

2. If α,β are roots of quadratic equation $\dfrac{px^2}{q}+\dfrac{qx}{p}+p=0, pq \neq 0$, then match the following:

Column-I		Column-II	
(A)	The value of $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}$ is	(P)	$\dfrac{q^{3/2}+\sqrt{2}p^2}{p^4}$
(B)	The value of $\dfrac{1}{\alpha^2}+\dfrac{1}{\beta^2}$ is	(Q)	$\dfrac{q^3-2p^4}{qp^4}$
(C)	The value of $\|\alpha-\beta\|$ is	(R)	$\dfrac{\sqrt{q^4-4p^4q}}{p^2}$
(D)	The value of $\alpha^3+\beta^3$ is	(S)	$-\dfrac{q}{p^2}$
		(T)	$\dfrac{q^3}{p^2}\left(3-\dfrac{q^3}{p^4}\right)$

TG ~ @bohring_bot × @HeyitsyashXD

यदि द्विघात समीकरण $\frac{px^2}{q} + \frac{qx}{p} + p = 0, pq \neq 0$, का मूल α, β हों, तो निम्न को सुमेलित कीजिए :

कॉलम-I		कॉलम-II	
(A)	$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ का मान होगा	(P)	$\frac{q^{3/2} + \sqrt{2}p^2}{p^4}$
(B)	$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$ का मान होगा	(Q)	$\frac{q^3 - 2p^4}{qp^4}$
(C)	$\lvert\alpha - \beta\rvert$ का मान होगा	(R)	$\frac{\sqrt{q^4 - 4p^4q}}{p^2}$
(D)	$\alpha^3 + \beta^3$ का मान होगा	(S)	$-\frac{q}{p^2}$
		(T)	$\frac{q^3}{p^2}\left(3 - \frac{q^3}{p^4}\right)$

Ans. A $\longrightarrow$ S, B $\longrightarrow$ Q, C $\longrightarrow$ R, D $\longrightarrow$ T

Sol.

$$\left.\frac{px^2}{q} + \frac{qx}{p} + p = 0\right\}\begin{matrix}\alpha\\ \beta\end{matrix}$$

$$\alpha + \beta = -\frac{q^2}{p^2}, \alpha\beta = q$$

(A) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\left(\frac{-q^2}{p^2}\right)}{(q)} = -\frac{q}{p^2}$

(B) $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\left(-\frac{q^2}{p^2}\right)^2 - 2q}{q^2} = \frac{q^3 - 2p^4}{qp^4}$

(C) $|\alpha - \beta| = \sqrt{\frac{\frac{q^2}{p^2} - \frac{4p^2}{q}}{\frac{p^2}{q^2}}} = \frac{\sqrt{q^4 - 4p^4q}}{p^2}$

(D) $\alpha^3 + \beta^3 = \left(-\frac{q^2}{p^2}\right)^3 - 3\left(-\frac{q^2}{p^2}\right)(q) = \frac{q^3}{p^2}\left(3 - \frac{q^3}{p^4}\right)$